Strutture Dati Dinamiche

Slide Credits Prof Alessandro Campi

Che cos'è una struttura dati

- Per **struttura dati** si intende comunemente
  - la rappresentazione dei dati e
  - le operazioni consentite su tali dati
- In linguaggi più evoluti del C esistono *librerie* di strutture dati
  - la Standard Template Library in C++
  - le Collection in Java
  - …

Strutture dati più comuni

- Lista concatenata (linked list)
- Pila (stack)
- Coda (queue)
- Insieme (set)
- Multi-insieme (multiset o bag)
- Mappa (map)
- Albero (tree)
- Grafo (graph)
- …

Lista Concatenata

- Una vecchia conoscenza, ormai!

```
typedef struct Nodo {
    Tipo dato;
    struct Nodo *next;
} nodo;
typedef nodo * lista;
```

L'abbiamo già trattata come TDA

Pila (o stack)

- È una struttura dati con accesso limitato all'elemento "in cima", che è quello inserito più recentemente (LIFO: last in, first out)
- Nomi standard delle operazioni:
  - Push
    - Inserimento in cima
  - Pop
    - prelievo e rimozione dell'elemento in cima, che è per definizione l'ultimo elemento inserito
  - Top o Peek
    - Prelievo senza rimozione (cioè "sola lettura") dell'elemento in cima

Applicazioni della pila

- Controllo di bilanciamento di simboli (parentesi, tag XML, blocchi C, …)
  - Per ogni simbolo di "apertura" si impila un segnaposto che sarà rimosso quando si incontra il simbolo duale di "chiusura"
    - Se il simbolo non corrisponde al segnaposto sulla pila, allora la sequenza non è bilanciata
    - Esempio: {[][{}[](){}]()}{[()]()}[{}] →ok {[}{] ()} → ko
- Implementazione di chiamate a funzione
  - Pila di sistema e record di attivazione
- Valutazione di espressioni aritmetiche

Pila (o stack): implementazione

- PILA (stack):
  - I nuovi nodi possono essere aggiunti e cancellati solo dalla cima (top) della pila
  - La base della pila è indicata da un puntatore a **NULL**
  - È una versione **vincolata** della lista concatenata
- *push*
  - Aggiunge un nuovo nodo alla cima della pila
  - Passo la testa per riferimento, quindi non restituisce nulla al chiamante (void)
- *pop*
  - Cancella un nodo dalla cima della pila
  - Memorizza il valore cancellato
  - Passo la testa per riferimento e quindi restituisce un valore booleano al chiamante
    - **true** se l'operazione ha avuto successo

```
typedef struct sNode {
        int data;
        struct sNode * nextPtr;
} StackNode;
typedef StackNode *StackNodePtr;

void push( StackNodePtr *, int );
int pop( StackNodePtr * );
int isEmpty( StackNodePtr );
void printStack( StackNodePtr );
void instructions( void );
```

```
typedef struct sNode {
        int data;
        struct sNode * nextPtr;
} StackNode;
typedef StackNode *StackNodePtr;

void push( StackNodePtr *, int );
int pop( StackNodePtr * );
int isEmpty( StackNodePtr );
void printStack( StackNodePtr );
void instructions( void );
```

Esempio di inserimento con doppio puntatore

```
int main() {
  StackNodePtr stackPtr = NULL;  /* punta alla base (= alla cima!) della pila  */
  int choice, value;
  do {
        instructions();
        scanf( "%d", &choice );
        switch ( choice ) {
              case 1: printf( "Enter an integer: " );     /* caso push */
                      scanf( "%d", &value );
                      push( &stackPtr, value );
                      printStack( stackPtr );
                      break;
              case 2: if ( !isEmpty( stackPtr ) )          /* caso pop */
                         printf( "The popped value is %d.\n", pop( &stackPtr ) );
                      printStack( stackPtr );
                      break;
              case 3: printf( "End of run.\n" );
                      break;
              default: printf( "Invalid choice.\n\n" );
                       break;
        }
  } while ( choice != 3 );
   return 0;
}
```

```
int main() {
  StackNodePtr stackPtr = NULL;  /* punta alla base (= alla cima!) della pila  */
  int choice, value;
  do {
        instructions();
        scanf( "%d", &choice );
        switch ( choice ) {
              case 1: printf( "Enter an integer: " );      /* caso push */
                      scanf( "%d", &value );
                      push( &stackPtr, value );
                      printStack( stackPtr );
                      break;
              case 2: if ( !isEmpty( stackPtr ) )          /* caso pop */
                         printf( "The popped value is %d.\n", pop( &stackPtr ) );
                      printStack( stackPtr );
                      break;
              case 3: printf( "End of run.\n" );
                      break;
              default: printf( "Invalid choice.\n\n" );
                       break;
        }
  } while ( choice != 3 );
   return 0;
}
```

Push e pop modificano la lista, **devo passare l'indirizzo del puntatore alla lista** (i.e., l'indirizzo nello stack). Altrimenti restituisco la pila e la sovrascrivo, come visto precedentemente

```
void instructions( void ) {
    printf( "Enter choice:\n");
    printf( "1 to push a value on the stack\n");
    printf( "2 to pop a value off the stack\n");
    printf( "3 to end program\n\n> ");
}

void push( StackNodePtr *topPtr, int info ) {
   StackNodePtr newPtr;
   newPtr = malloc( sizeof( StackNode ) );
   if ( newPtr != NULL ) {
      newPtr->data = info;
      newPtr->nextPtr = *topPtr;
      *topPtr = newPtr;
   } else
      printf( "%d not inserted. No memory available.\n", info );
}
```

Esempio di inserimento con doppio puntatore

```
int pop( StackNodePtr *topPtr ) {
      StackNodePtr tempPtr = *topPtr;
      int popValue = (*topPtr)->data;
      *topPtr = (*topPtr)->nextPtr;
      free( tempPtr );
      return popValue;
}

void printStack( StackNodePtr currentPtr ) {
      if ( currentPtr == NULL )
            printf( "The stack is empty.\n\n" );
      else {
            printf( "The stack is:\n" );
            while ( currentPtr != NULL ) {
                  printf( "%d --> ", currentPtr->data );
                  currentPtr = currentPtr->nextPtr;
            }
            printf( "NULL\n\n" );
      }
}

int isEmpty( StackNodePtr topPtr ) { return topPtr == NULL; }
```

Coda (o queue)

- In una coda l'accesso è ristretto all'elemento inserito meno recentemente (FIFO)
- Le operazioni tipiche supportate dalla coda sono:
  - enqueue o offer
    - aggiunge un elemento in coda
  - dequeue o poll o remove
    - preleva e cancella l'elemento di testa
  - getFront o peek
    - preleva ma non cancella l'elemento di testa

```c
typedef struct qNode {
    int data;
    struct qNode *nextPtr; // definizione identica a lista
} QueueNode;
typedef QueueNode *QueueNodePtr; // puntatore a coda

void printQueue( QueueNodePtr );
int isEmpty( QueueNodePtr );
int dequeue( QueueNodePtr *, QueueNodePtr * );
void enqueue( QueueNodePtr *, QueueNodePtr *, int );
void instructions( void );
```

```c
int main() {
  QueueNodePtr firstPtr = NULL, lastPtr = NULL;
  int choice, item;
  do {
    instructions(); scanf( "%d", &choice );
    switch( choice ) {
        case 1: printf( "Enter an integer: " ); scanf( "\n%d", &item );
                enqueue(&firstPtr, &lastPtr, item ); printQueue( firstPtr );
                break;
        case 2: if ( !isEmpty( firstPtr ) ) {
                item = dequeue( &firstPtr, &lastPtr );
                printf( "%d has been dequeued.\n", item );
                }
                printQueue( firstPtr );
                break;
        case 3: printf( "End of run.\n" );  break;
        default: printf( "Invalid choice.\n\n" );  break;
    }
  } while ( choice != 3 );
  return 0;
}
```

Inserimento sempre con doppi puntatori

```
void instructions( void ) {
    printf ( "Enter your choice:\n" );
    printf ( "   1 to add an item to the queue\n" );
    printf ( "   2 to remove an item from the queue\n" );
    printf ( "   3 to end\n\n> " );
}
void enqueue( QueueNodePtr *firstPtr, QueueNodePtr *lastPtr, int value ) {
    QueueNodePtr newPtr;
    newPtr = malloc( sizeof( QueueNode ) ); // se memoria piena restituisce NULL
    if ( newPtr != NULL ) { // prepara il nodo
        newPtr->data = value;
        newPtr->nextPtr = NULL;
        if ( isEmpty( *firstPtr )) // se è NULL la testa, la lista è vuota
            *firstPtr = newPtr;
        else  ( *lastPtr )->nextPtr = newPtr; // altrimenti accoda in fondo
        *lastPtr = newPtr;  // la code è cambiata e devo aggiornare il puntatore
nello stack. N.B: non occorre scorrere la lista per trovare la coda
    }
    else printf( "%c not inserted. No memory available.\n", value);
}
int isEmpty( QueueNodePtr firstPtr ) { return fearstPtr == NULL; }
```

```
int dequeue( QueueNodePtr *firstPtr, QueueNodePtr *lastPtr ) { // prende val e rimuove la testa
    QueueNodePtr tempPtr = *firstPtr;  // tiene traccia della testa
    int value = ( *firstPtr )->data; //  prende i valore da restituire
    *firstPtr = ( *firstPtr )->nextPtr;  // sposta la testa
    if ( *firstPtr == NULL )
                *lastPtr = NULL; // se la testa punta a NULL, la coda è ora vuota, aggiorna
    free( tempPtr );              // altrimenti crea un dangling pointer.
    return value;
}
```

- Tiene traccia con `tempPtr` della testa
  `tempPtr = *firstPtr;`
- Restituisce il valore della testa
  `*firstPtr = ( *firstPtr )->nextPtr;`
- Sposta la testa al secondo nodo
  `*firstPtr = ( *firstPtr )->nextPtr;`
- Libera la memoria allocata sulla testa precedente
  `free( tempPtr );`

```
int dequeue( QueueNodePtr *firstPtr, QueueNodePtr *lastPtr ) { // prende val e rimuove la testa
    QueueNodePtr tempPtr = *firstPtr;  // tiene traccia della testa
    int value = ( *firstPtr )->data; //  prende i valore da restituire
    *firstPtr = ( *firstPtr )->nextPtr;  // sposta la testa
    if ( *firstPtr == NULL )
                *lastPtr = NULL; // se la testa punta a NULL, la coda è ora vuota, aggiorna
    free( tempPtr );              // altrimenti crea un dangling pointer.
    return value;
}
void printQueue( QueueNodePtr currentPtr ) { // abbastanza normale, scorre da testa
    if ( currentPtr == NULL )
        printf( "Queue is empty.\n\n" );
    else {
        printf( "The queue is:\n" );
        while ( currentPtr != NULL ) {
             printf( "%d --> ", currentPtr->data );
             currentPtr = currentPtr->nextPtr;
        }
        printf( "NULL\n\n" );
    }
```

Insieme (o set)

- È come la lista, ma con il vincolo di non ammettere valori duplicati
- L'ordine in cui appaiono gli elementi nella lista è trasparente all'utente
  - Necessariamente, poiché non è significativo
- Di solito, per motivi di convenienza, gli insiemi si realizzano tramite liste ordinate
  - Così si velocizzano le operazioni di ricerca (dicotomica / binary search) e inserimento

Prototipi per l'insieme

- int add (Tipo item, Insieme * i);
  - aggiunge l'elemento dato all'insieme e restituisce un valore (booleano) che indica se l'operazione ha avuto successo
- int remove (Tipo item, Insieme * i);
  - rimuove l'elemento indicato dall'insieme e restituisce un valore (booleano) che indica se l'operazione ha avuto successo
- int contains (Tipo item, Insieme i);
  - verifica se l'elemento dato è presente nell'insieme (restituisce un valore booleano)

Albero binario

- Un albero binario è una struttura dati dinamica in cui i nodi sono connessi tramite “rami” ad altri nodi in modo che:
  - c'è un nodo di partenza (la “radice”)
  - ogni nodo (tranne la radice) è collegato ad uno e un solo nodo “padre”
  - ogni nodo è collegato al massimo a **due** altri nodi, detti “figli” (max due → *binario*)
  - i nodi che non hanno figli sono detti “foglie”

Struttura di un albero binario

```
typedef struct El {
    Tipo dato;
    struct El *left;
    struct El *right;
} Nodo;
typedef Nodo * Tree;
```

Struttura di un albero binario

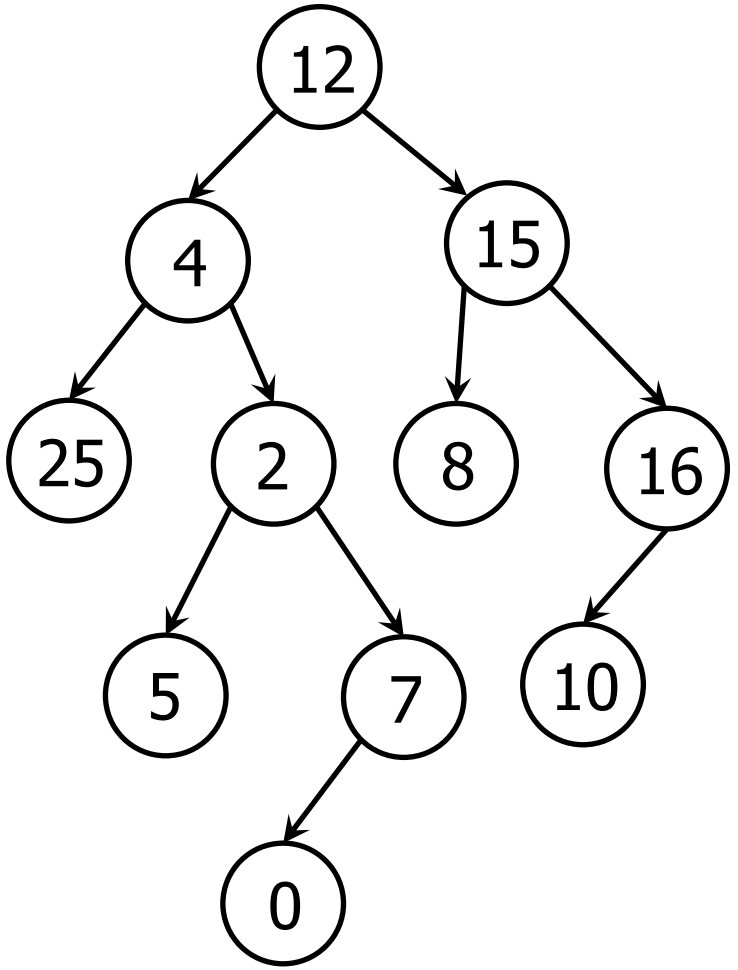
```
typedef struct El {
   Tipo dato;
   struct El *left;
   struct El *right;
} Nodo;
typedef Nodo * Tree;
```

STRUTTURA RICORSIVA

Un albero è un nodo da cui "spuntano" due… alberi!
(l'albero destro e l'albero sinistro)

Struttura di un albero binario

```
typedef struct El {
    int dato;
    struct El *left;
    struct El *right;
} Nodo;
typedef Nodo * Tree;
```



Piccoli esercizi su alberi binari

NATURALMENTE in versione ricorsiva!

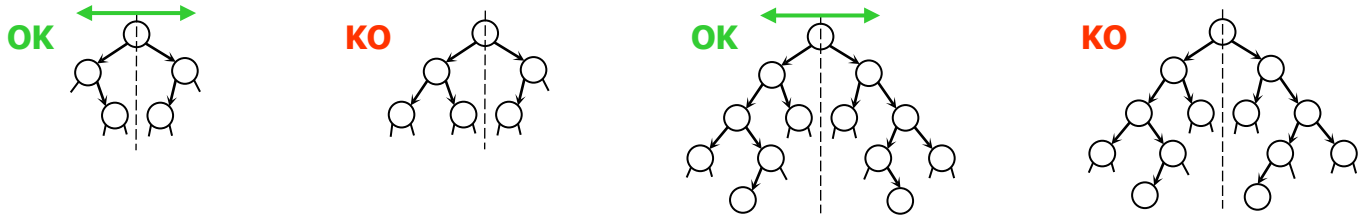
Per capire quanto sia più semplice formulare questi problemi e le relative soluzioni in forma ricorsiva è sufficiente … **provare** a fare **diversamente**!

Esercizi "facili":

- Conteggio dei nodi
- Calcolo della profondità
- Ricerca di un elemento
- Conteggio dei nodi foglia
- Conteggio dei nodi non-foglia
- Conteggio dei nodi su livello pari/dispari

Un esercizio difficile:

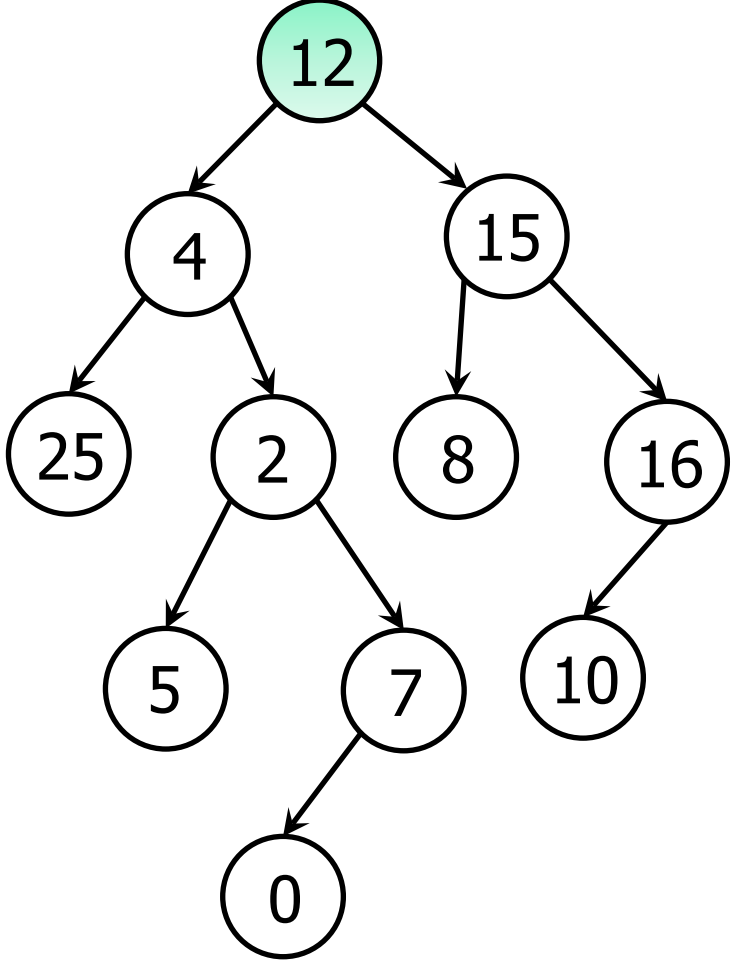
- Verifica di "simmetria speculare" dell'albero:



Conteggio dei nodi

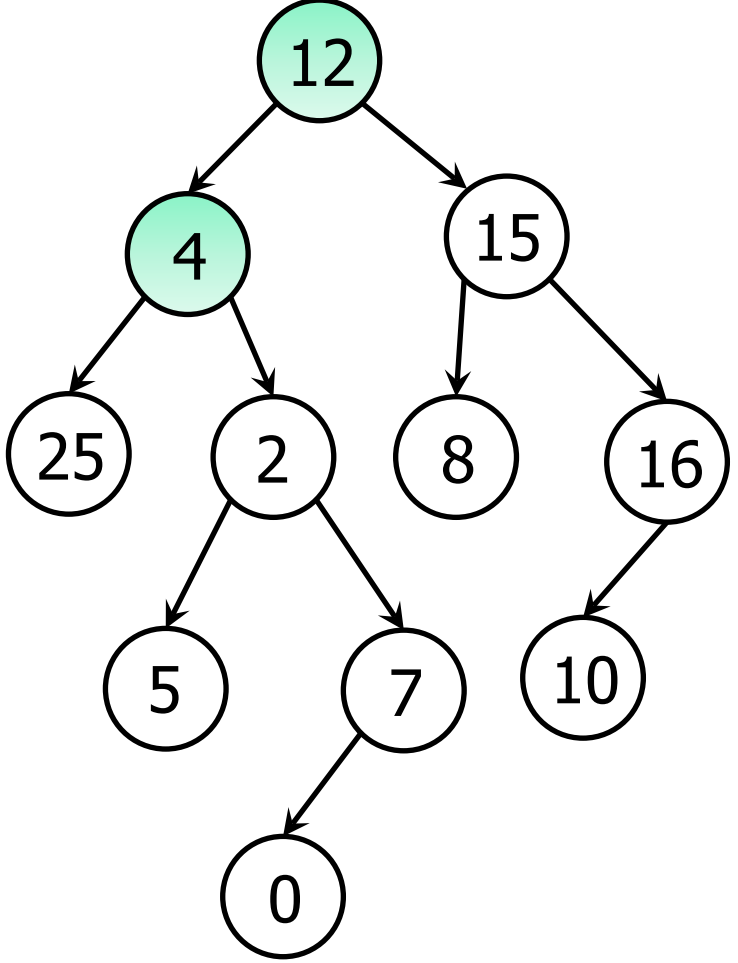
```
int contaNodi ( Tree t ) {
  if ( t == NULL )
    return 0;
  else
    return (contaNodi(t->left) +
            contaNodi(t->right)
             + 1); /* c'è anche il nodo corrente */
}
```

```
int contaNodi ( tree t ) {
  if ( t == NULL )
    return 0;
  else
    return (contaNodi(t->left) +
            contaNodi(t->right)
            + 1);
}
```



```
int contaNodi ( tree t ) {
  if ( t == NULL )
    return 0;
  else
    return (contaNodi(t->left) +
            contaNodi(t->right)
            + 1);
}
```

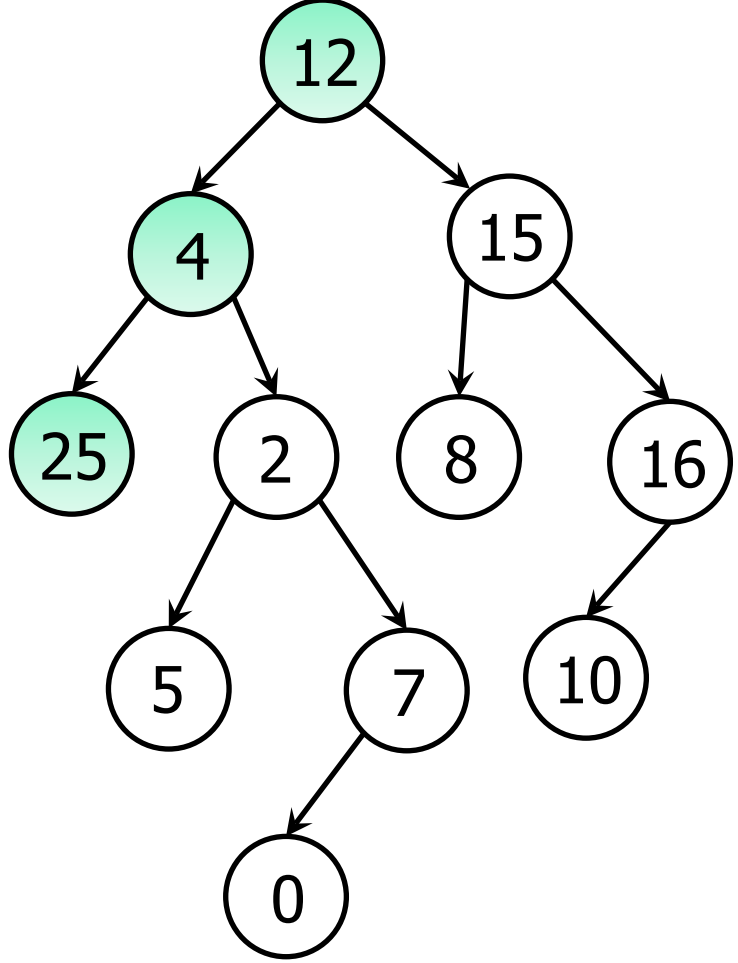
```
int contaNodi ( tree t ) {
  if ( t == NULL )
    return 0;
  else
    return (contaNodi(t->left) +
            contaNodi(t->right)
            + 1);
}
```



```
int contaNodi ( tree t ) {
  if ( t == NULL )
    return 0;
  else
    return (contaNodi(t->left) +
            contaNodi(t->right)
            + 1);
}
```

```
int contaNodi ( tree t ) {
  if ( t == NULL )
    return 0;
  else
    return (contaNodi(t->left) +
            contaNodi(t->right)
            + 1);
}
```

```
int contaNodi ( tree t ) {
  if ( t == NULL )
    return 0;
  else
    return (contaNodi(t->left) +
            contaNodi(t->right)
            + 1);
}
```

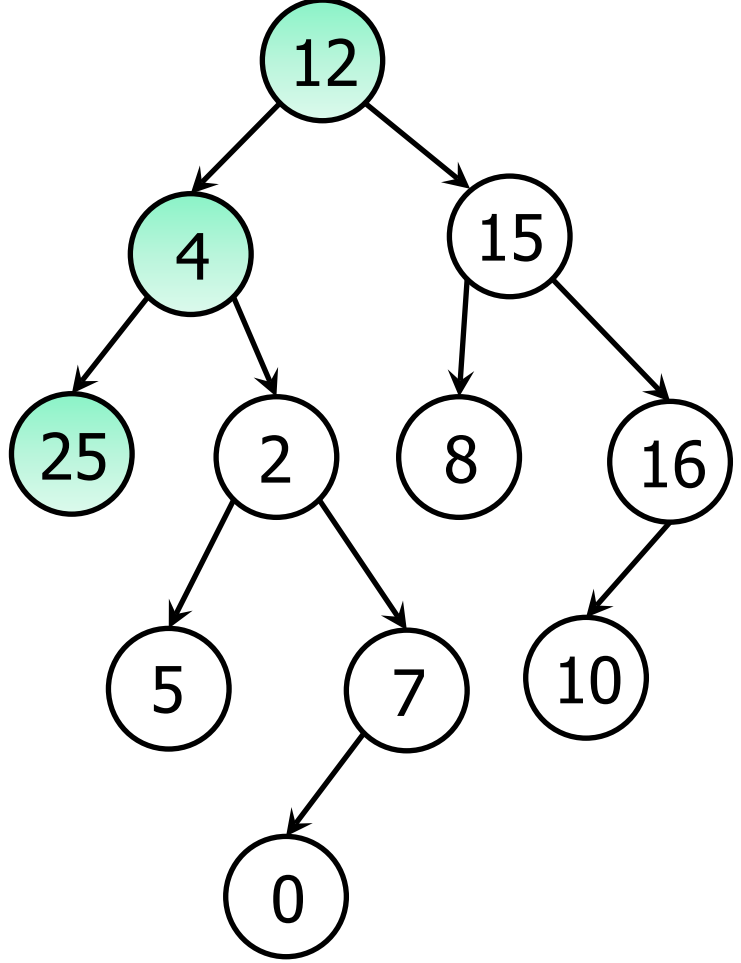


```
int contaNodi ( tree t ) {
  if ( t == NULL )
    return 0;
  else
    return (contaNodi(t->left) +
            contaNodi(t->right)
            + 1);
}
```

```
int contaNodi ( tree t ) {
  if ( t == NULL )
    return 0;
  else
    return (contaNodi(t->left) +
            contaNodi(t->right)
            + 1);
}
```

```
int contaNodi ( tree t ) {
  if ( t == NULL )
    return 0;
  else                    0
    return (contaNodi(t->left) +
            contaNodi(t->right)
            + 1);
}
```

```
int contaNodi ( tree t ) {
  if ( t == NULL )
    return 0;
  else
    return (contaNodi(t->left) +
            contaNodi(t->right)
            + 1);
}
```

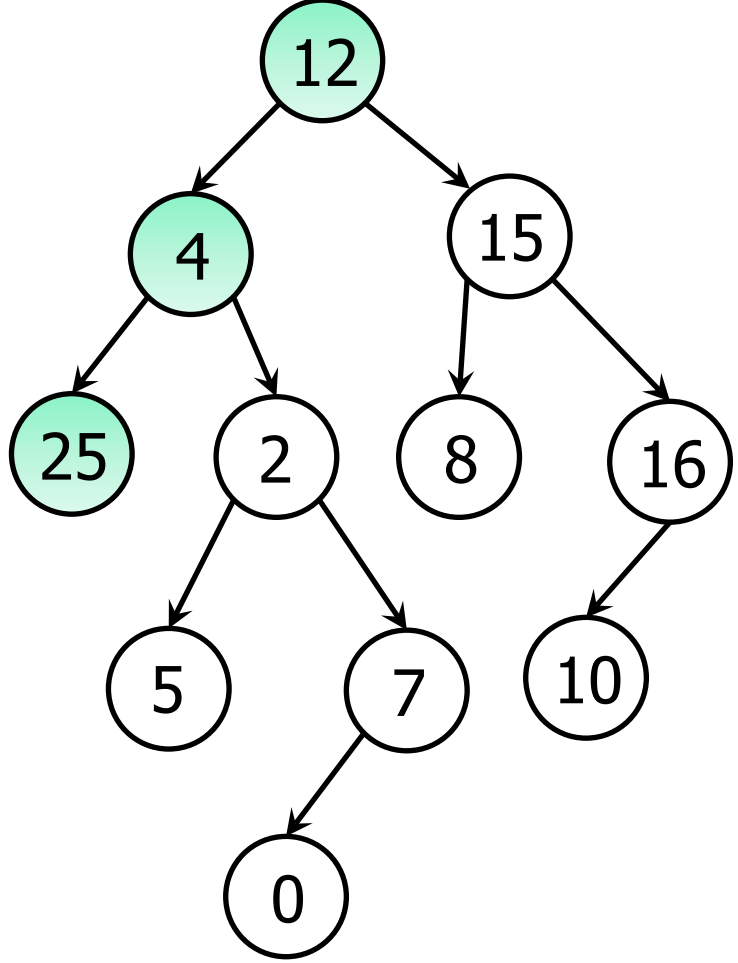


```
int contaNodi ( tree t ) {
  if ( t == NULL )
    return 0;
  else
    return (contaNodi(t->left) +
            contaNodi(t->right)
            + 1);
}
```

```
int contaNodi ( tree t ) {
  if ( t == NULL )
    return 0;
  else
    return (contaNodi(t->left) +
            contaNodi(t->right)
            + 1);
}
```

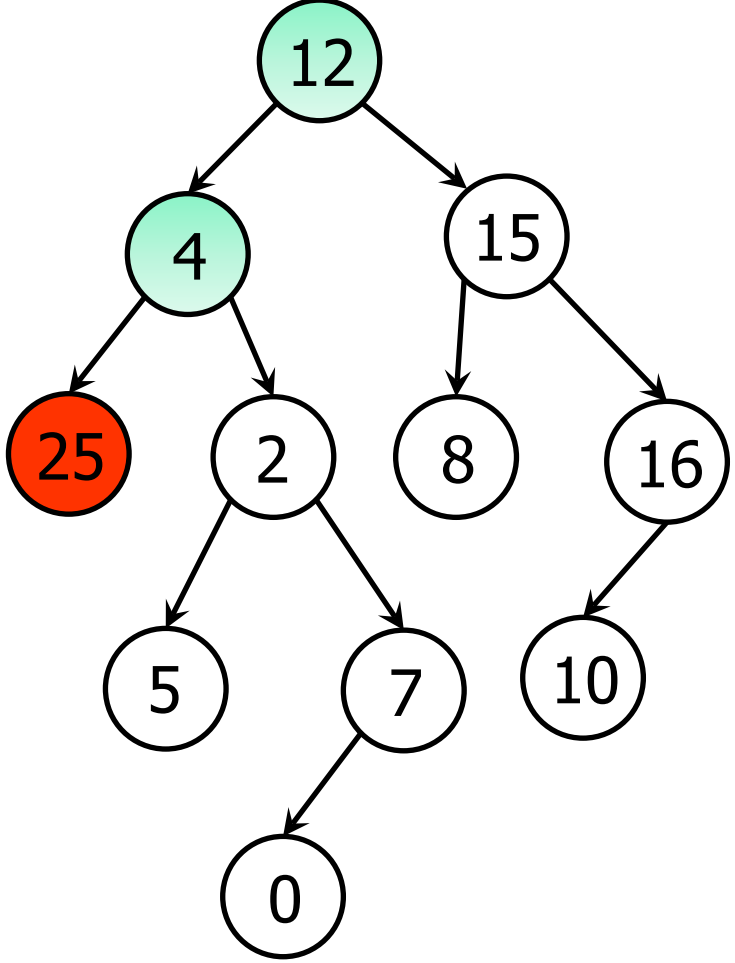
```
int contaNodi ( tree t ) {
  if ( t == NULL )
    return 0;
  else                    0
    return (contaNodi(t->left) +
            contaNodi(t->right)    0
            + 1);
}
```

```
int contaNodi ( tree t ) {
  if ( t == NULL )
    return 0;
  else
    return (contaNodi(t->left) +
            contaNodi(t->right)
            + 1);
}
```



```
int contaNodi ( tree t ) {
  if ( t == NULL )
    return 0;
  else
    return (contaNodi(t->left) +
            contaNodi(t->right)
            + 1);
}
```

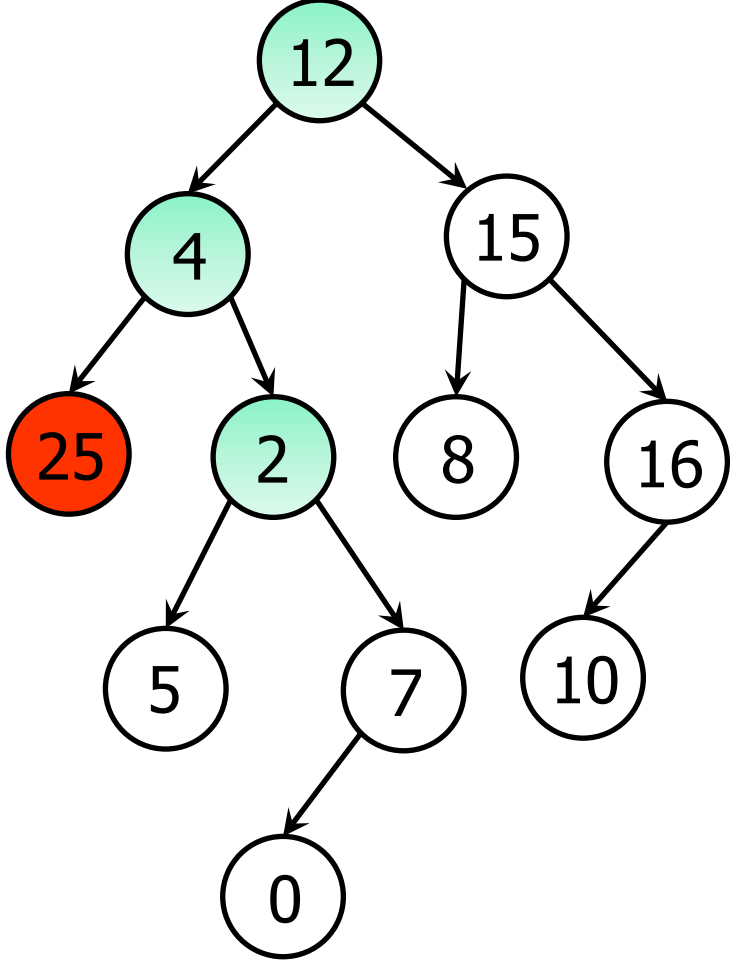
```
int contaNodi ( tree t ) {
  if ( t == NULL )
    return 0;
  else                    1
    return (contaNodi(t->left) +
            contaNodi(t->right)
            + 1);
}
```



```
int contaNodi ( tree t ) {
  if ( t == NULL )
    return 0;
  else
    return (contaNodi(t->left) +
            contaNodi(t->right)
            + 1);
}
```

```
int contaNodi ( tree t ) {
  if ( t == NULL )
    return 0;
  else                    1
    return (contaNodi(t->left) +
            contaNodi(t->right)
            + 1);
}
```

```
int contaNodi ( tree t ) {
  if ( t == NULL )
    return 0;
  else
    return (contaNodi(t->left) +
            contaNodi(t->right)
            + 1);
}
```

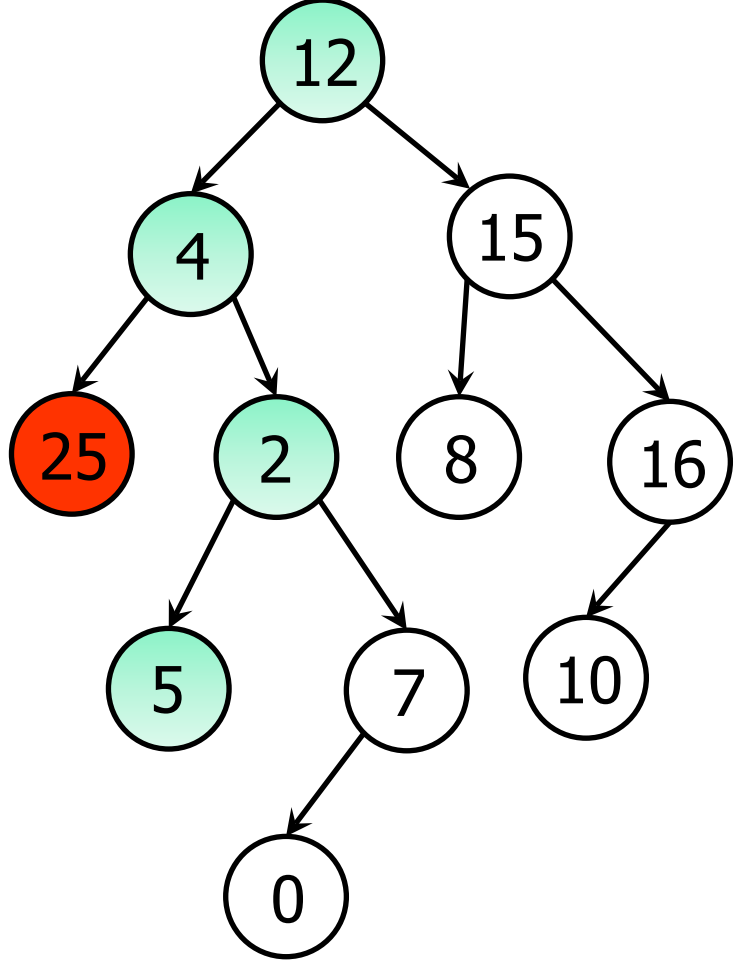


```
int contaNodi ( tree t ) {
  if ( t == NULL )
    return 0;
  else
    return (contaNodi(t->left) +
            contaNodi(t->right)
            + 1);
}
```

```
int contaNodi ( tree t ) {
  if ( t == NULL )
    return 0;
  else                    1
    return (contaNodi(t->left) +
            contaNodi(t->right)
            + 1);
}
```

```
int contaNodi ( tree t ) {
  if ( t == NULL )
    return 0;
  else
    return (contaNodi(t->left) +
            contaNodi(t->right)
            + 1);
}
```

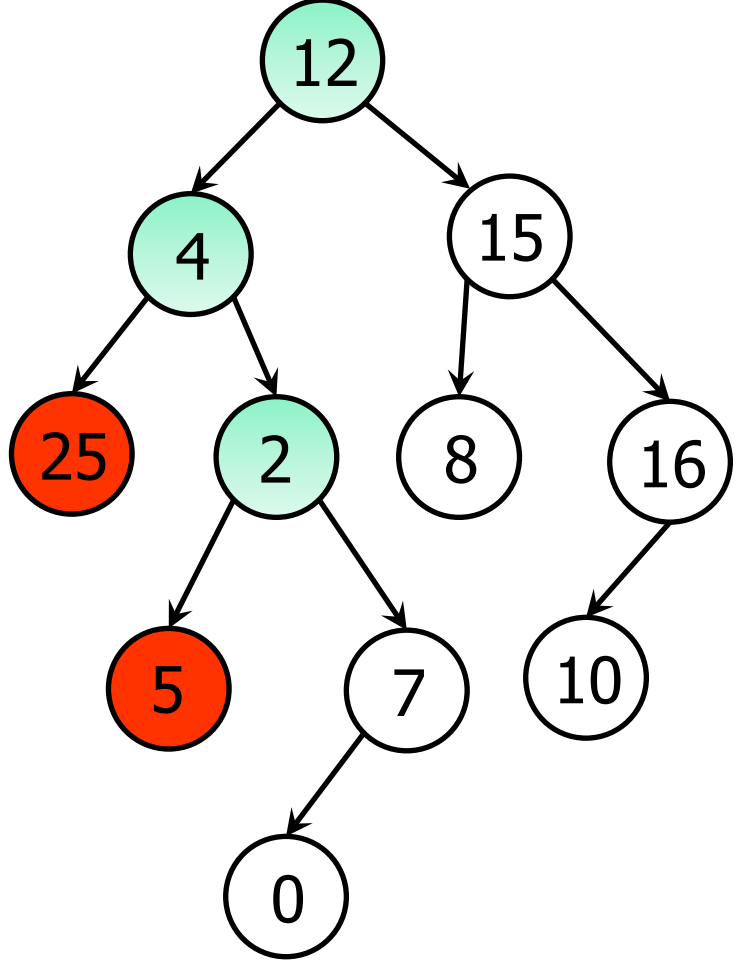
```
int contaNodi ( tree t ) {
  if ( t == NULL )
    return 0;
  else
    return (contaNodi(t->left) +
            contaNodi(t->right)
            + 1);
}
```



```
int contaNodi ( tree t ) {
  if ( t == NULL )
    return 0;
  else
    return (contaNodi(t->left) +
            contaNodi(t->right)
            + 1);
}
```

```
int contaNodi ( tree t ) {
  if ( t == NULL )
    return 0;
  else                    1
    return (contaNodi(t->left) +
            contaNodi(t->right)
            + 1);
}
```

```
int contaNodi ( tree t ) {
  if ( t == NULL )
    return 0;
  else                    1
    return (contaNodi(t->left) +
            contaNodi(t->right)
            + 1);
}
```

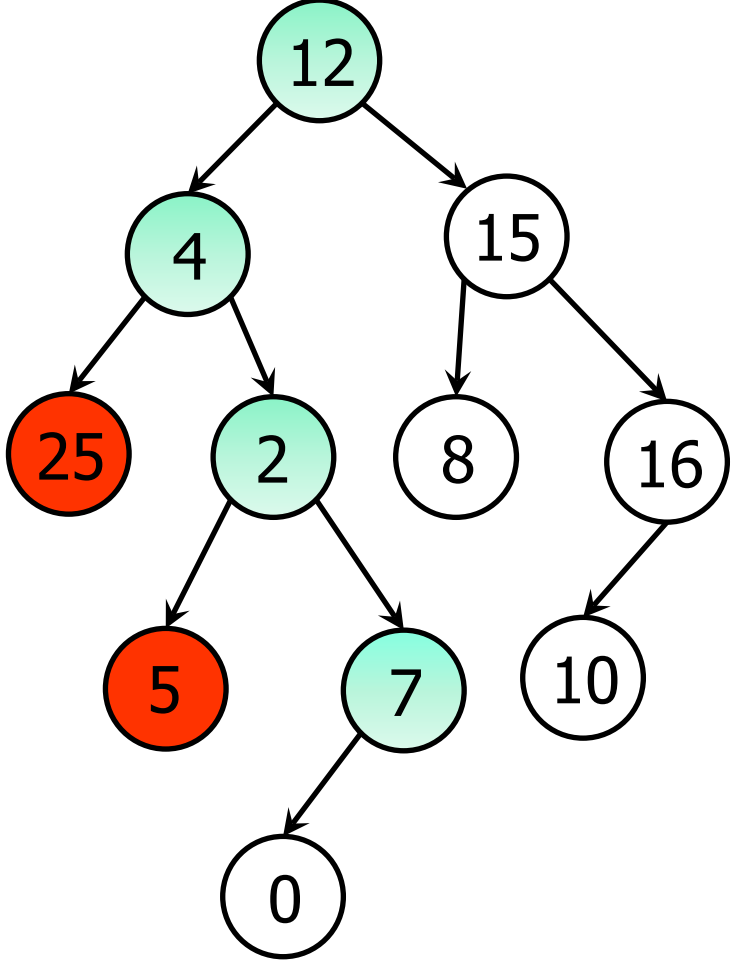


```
int contaNodi ( tree t ) {
  if ( t == NULL )
    return 0;
  else
    return (contaNodi(t->left) +
            contaNodi(t->right)
            + 1);
}
```

```
int contaNodi ( tree t ) {
  if ( t == NULL )
    return 0;
  else                    1
    return (contaNodi(t->left) +
            contaNodi(t->right)
            + 1);
}
```

```
int contaNodi ( tree t ) {
  if ( t == NULL )
    return 0;
  else                    1
    return (contaNodi(t->left) +
            contaNodi(t->right)
            + 1);
}
```

```
int contaNodi ( tree t ) {
  if ( t == NULL )
    return 0;
  else
    return (contaNodi(t->left) +
            contaNodi(t->right)
            + 1);
}
```



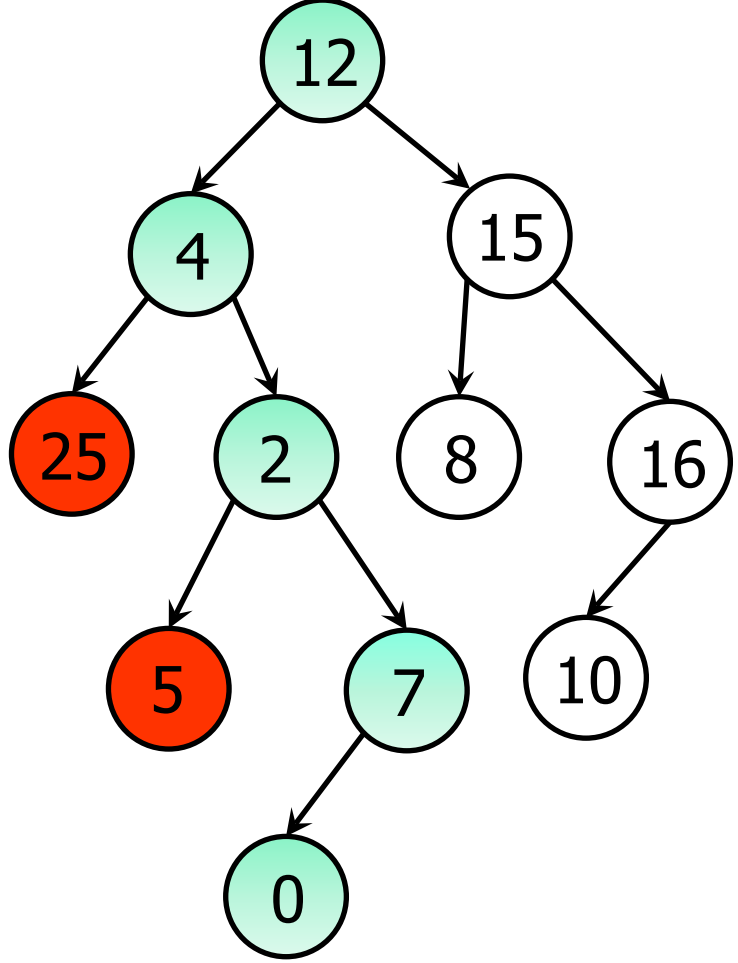
```
int contaNodi ( tree t ) {
  if ( t == NULL )
    return 0;
  else
    return (contaNodi(t->left) +
            contaNodi(t->right)
            + 1);
}
```

```
int contaNodi ( tree t ) {
  if ( t == NULL )
    return 0;
  else                    1
    return (contaNodi(t->left) +
            contaNodi(t->right)
            + 1);
}
```

```
int contaNodi ( tree t ) {
  if ( t == NULL )
    return 0;
  else                    1
    return (contaNodi(t->left) +
            contaNodi(t->right)
            + 1);
}
```

```
int contaNodi ( tree t ) {
  if ( t == NULL )
    return 0;
  else
    return (contaNodi(t->left) +
            contaNodi(t->right)
            + 1);
}
```

```
int contaNodi ( tree t ) {
  if ( t == NULL )
    return 0;
  else
    return (contaNodi(t->left) +
            contaNodi(t->right)
            + 1);
}
```

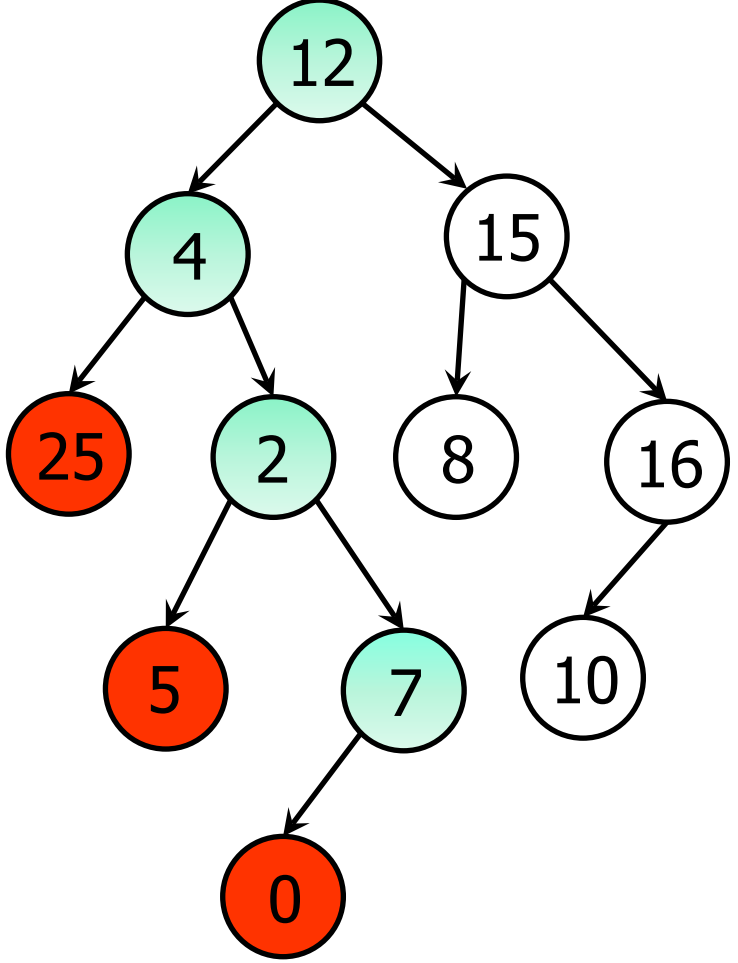


```
int contaNodi ( tree t ) {
  if ( t == NULL )
    return 0;
  else
    return (contaNodi(t->left) +
            contaNodi(t->right)
            + 1);
}
```

```
int contaNodi ( tree t ) {
  if ( t == NULL )
    return 0;
  else                    1
    return (contaNodi(t->left) +
            contaNodi(t->right)
            + 1);
}
```

```
int contaNodi ( tree t ) {
  if ( t == NULL )
    return 0;
  else                    1
    return (contaNodi(t->left) +
            contaNodi(t->right)
            + 1);
}
```

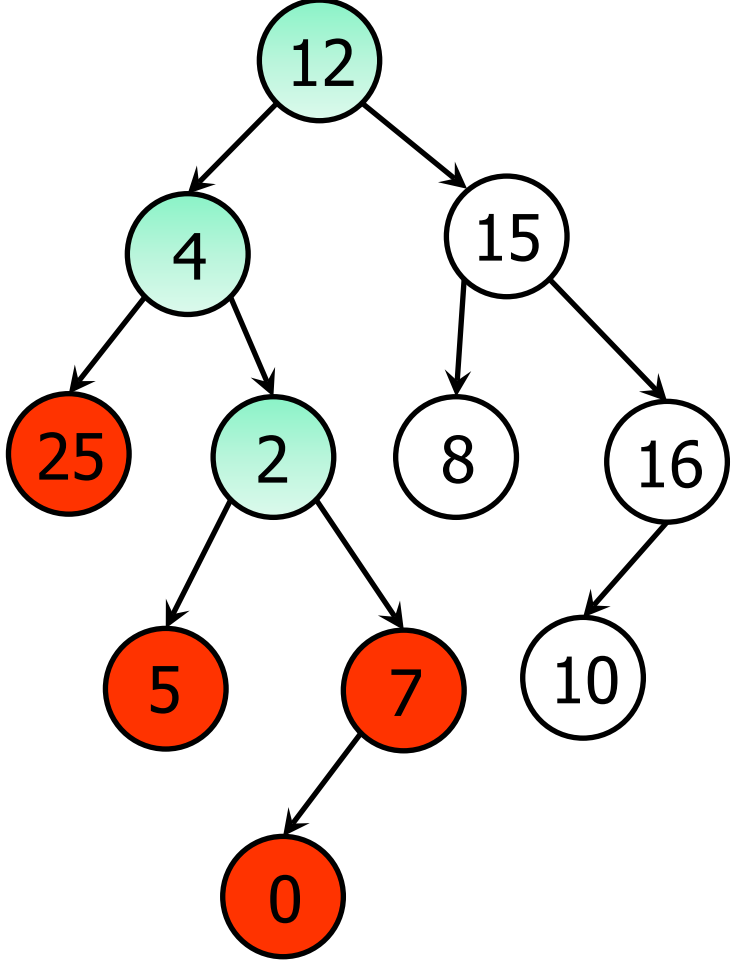
```
int contaNodi ( tree t ) {
  if ( t == NULL )
    return 0;
  else                    1
    return (contaNodi(t->left) +
            contaNodi(t->right)
            + 1);
}
```



```
int contaNodi ( tree t ) {
  if ( t == NULL )
    return 0;
  else
    return (contaNodi(t->left) +
            contaNodi(t->right)
            + 1);
}
```

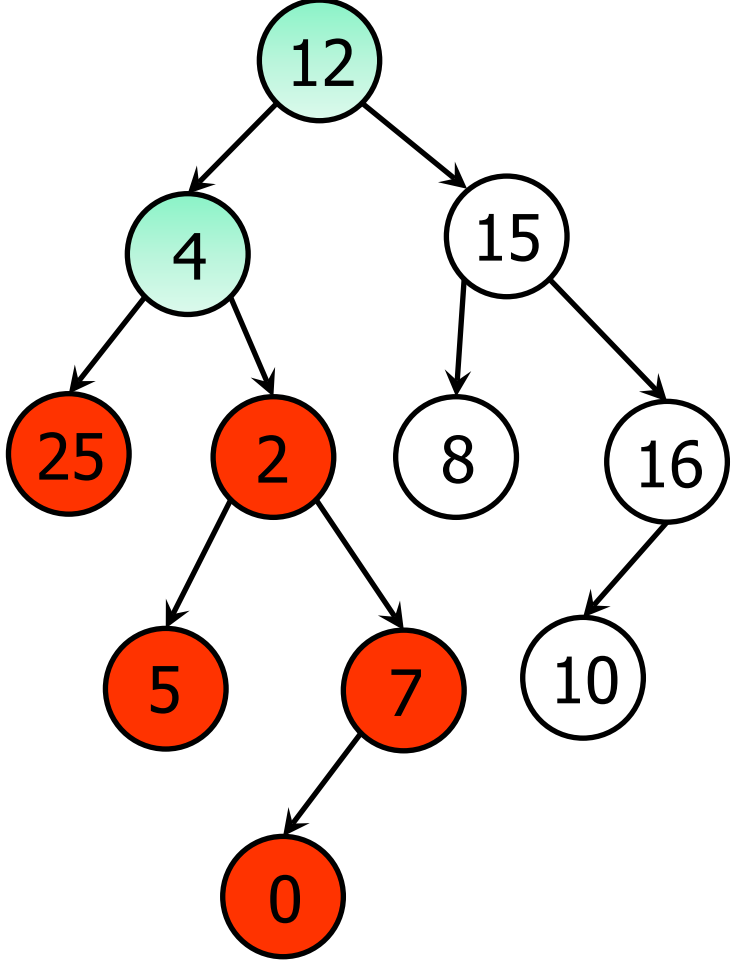
```
int contaNodi ( tree t ) {
  if ( t == NULL )
    return 0;
  else                    1
    return (contaNodi(t->left) +
            contaNodi(t->right)
            + 1);
}
```

```
int contaNodi ( tree t ) {
  if ( t == NULL )
    return 0;
  else                    1
    return (contaNodi(t->left) +
            contaNodi(t->right)
            + 1);                2
}
```

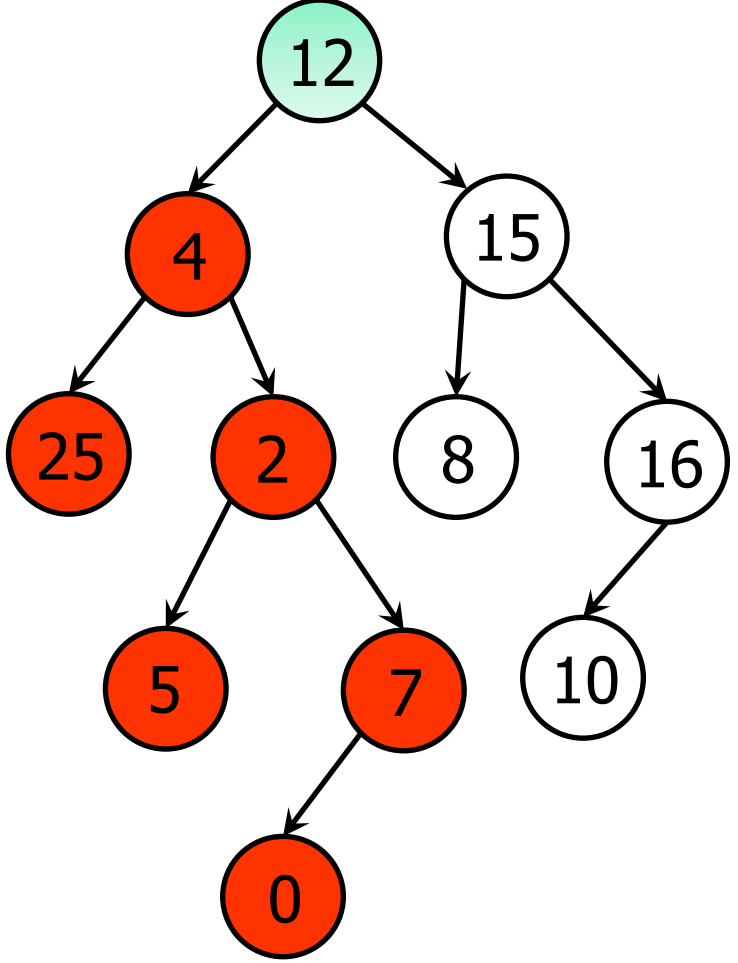


```
int contaNodi ( tree t ) {
  if ( t == NULL )
    return 0;
  else
    return (contaNodi(t->left) +
            contaNodi(t->right)
            + 1);
}
```

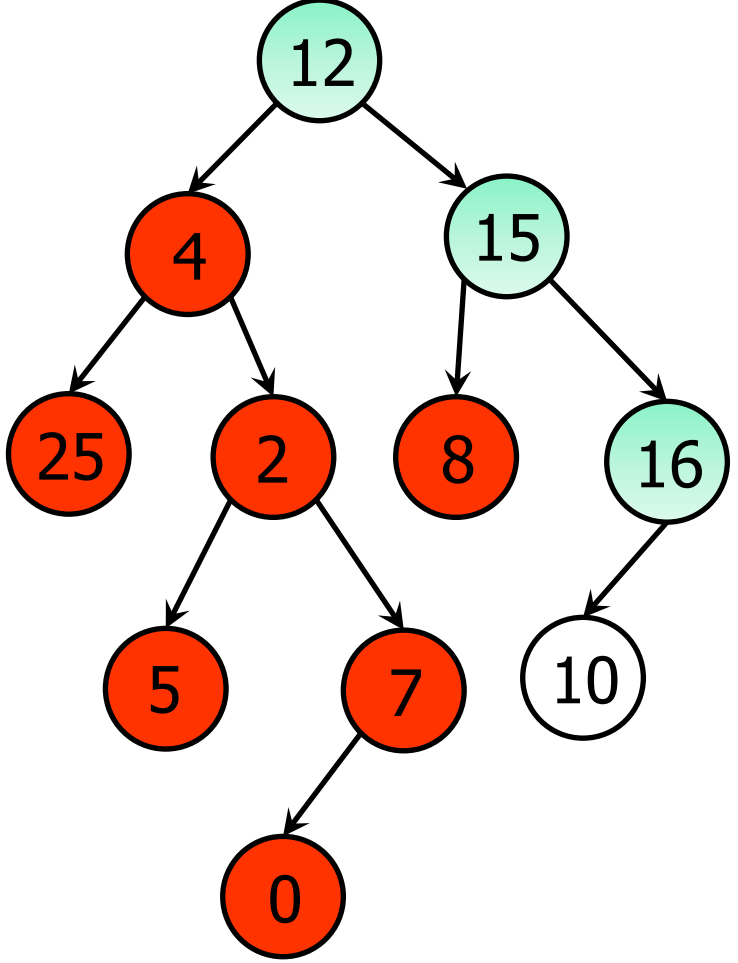
```
int contaNodi ( tree t ) {
  if ( t == NULL )
    return 0;
  else                          1
    return (contaNodi(t->left) +
            contaNodi(t->right)
            + 1);                4
}
```



```
int contaNodi ( tree t ) {
  if ( t == NULL )
    return 0;
  else                          6
    return (contaNodi(t->left) +
            contaNodi(t->right)
            + 1);
}
```

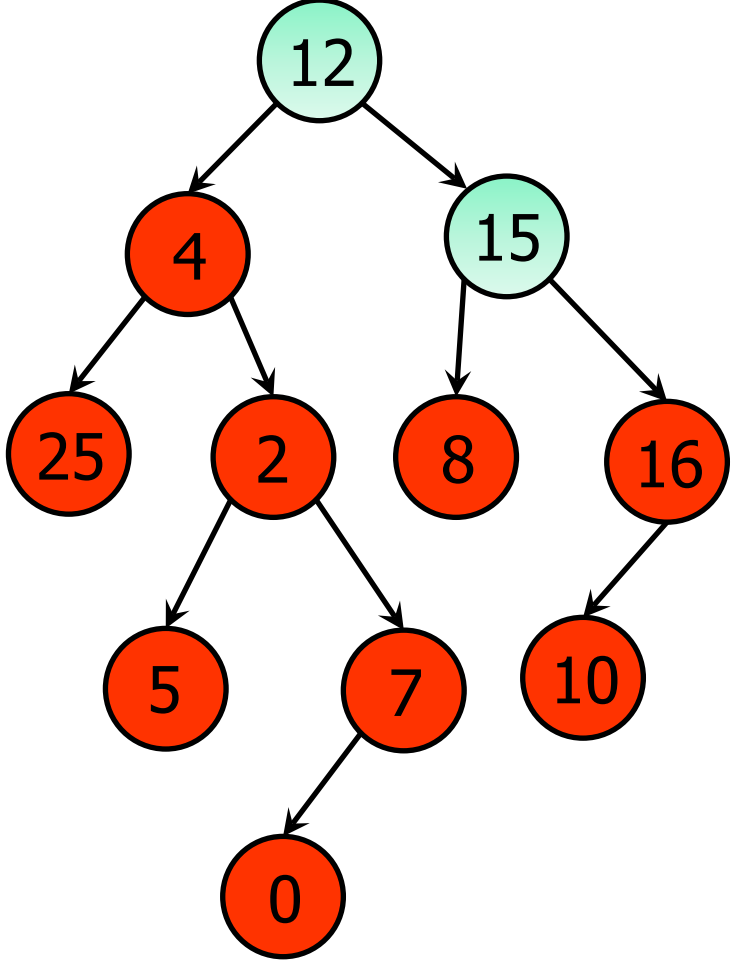


```
int contaNodi ( tree t ) {
  if ( t == NULL )
    return 0;
  else                          6
    return (contaNodi(t->left) +
            contaNodi(t->right)
            + 1);
}

int contaNodi ( tree t ) {
  if ( t == NULL )
    return 0;
  else                          1
    return (contaNodi(t->left) +
            contaNodi(t->right)
            + 1);
}

int contaNodi ( tree t ) {
  if ( t == NULL )
    return 0;
  else
    return (contaNodi(t->left) +
            contaNodi(t->right)
            + 1);
}
```



```
int contaNodi ( tree t ) {
  if ( t == NULL )
    return 0;
  else                          6
    return (contaNodi(t->left) +
            contaNodi(t->right)
            + 1);
}
```

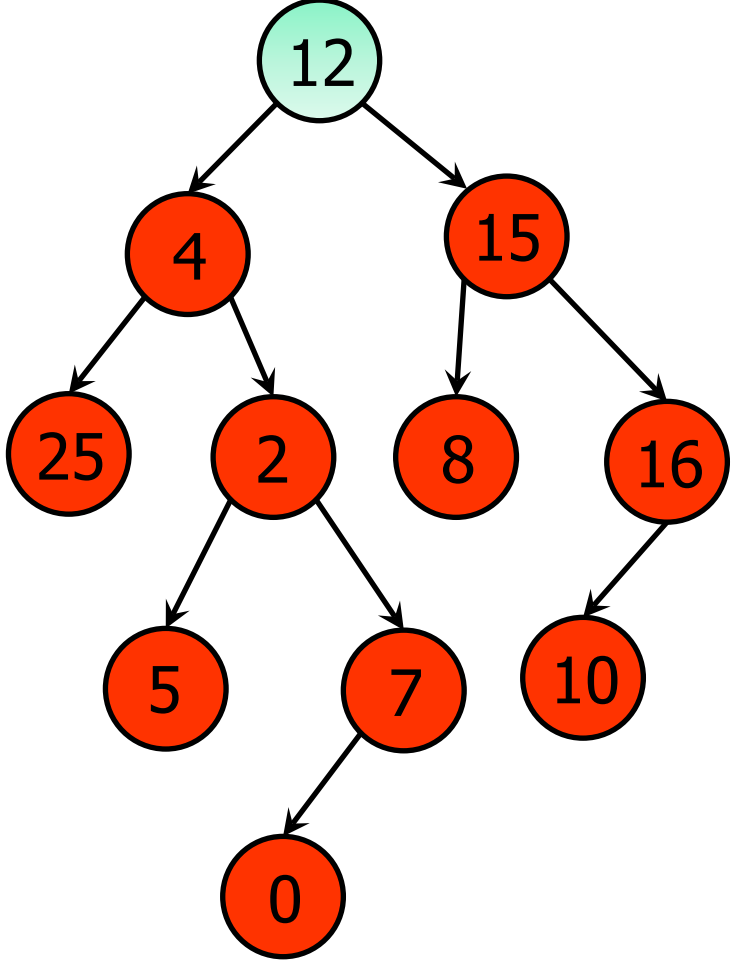
```
int contaNodi ( tree t ) {
  if ( t == NULL )
    return 0;
  else                          1
    return (contaNodi(t->left) +
            contaNodi(t->right)
            + 1);                       2
}
```



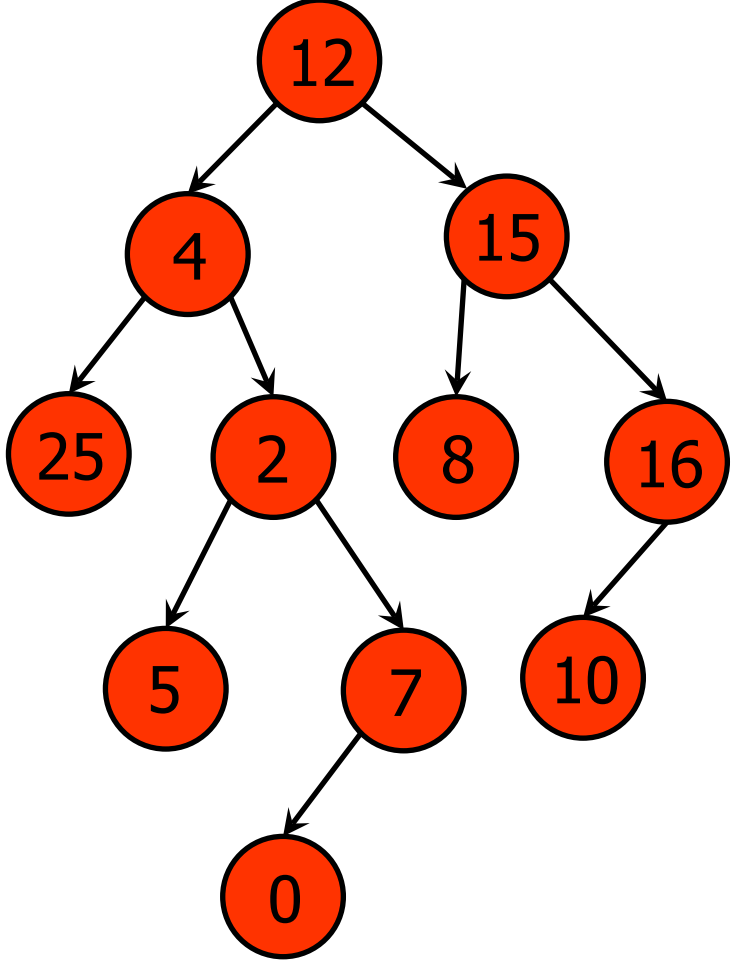
```
int contaNodi ( tree t ) {
  if ( t == NULL )
    return 0;
  else
    return (contaNodi(t->left) +
            contaNodi(t->right)
            + 1);
}
```

6

4



Restituisce 11



Calcolo della profondità massima

```
int depth ( Tree t ) {
  int D, S;
  if (t == NULL)
    return 0;
  S = depth( t->left );
  D = depth( t->right );
  if ( S > D )
      return S + 1;
  else
      return D + 1;
}
```

Calcolo della profondità

```
int max(int a,int b) {
    if(a>b)
        return a;
    else
        return b;
}

int depth ( Tree t ) {
  if (t == NULL)
    return 0;
  return max(depth( t->left ),depth( t->right ))+1;
}
```

Ancora la profondità (variante)

```
int depth (Tree t, int currentDepth) {
  int D, S;
  if ( t == NULL )
    return currentDepth;
  else {
    S = depth( t->left, currentDepth+1 );
    D = depth( t->right, currentDepth+1 );
    if ( S > D )
      return S;
    else
      return D;
}
```

Questa versione utilizza il concetto "sussidiario" di *livello di profondità del nodo corrente*, che è incrementato di una unità ad ogni chiamata che scende "più in profondità"

Va invocato nel main passando 0 come secondo parametron, i.e., d = depth(pt, 0);

Ricerca di un elemento in un albero

Restituisce NULL se non trova nell'albero t il dato d, altrimenti restituisce il puntatore al primo nodo che lo contiene, effettuando la visita di t in preordine sinistro

```
Tree trova ( Tree t, Tipo d) {
  Tree temp;
  if ( t == NULL)
    return NULL
  if ( t->dato == d ) /* Se Tipo ammette l'operatore == */
    return t;
  temp = trova( t->left, d );
  if ( temp == NULL )
    return trova( t->right, d );
  else
    return temp;
}
```

Ricerca di un elemento in un albero ordinato

Restituisce NULL se non trova nell'albero t il dato d, altrimenti restituisce il puntatore al primo nodo che lo contiene, effettuando la visita di t in preordine sinistro

```
Tree trova ( Tree t, Tipo d) {
  Tree temp;
  if ( t == NULL)
    return NULL
  if ( t->dato == d ) /* Se Tipo ammette l'operatore == */
    return t;
  if(t->dato > d)
    return trova( t->left, d );
   else
     return trova( t->right, d );
}
```

Ricerca di un elemento in un albero

Restituisce NULL se non trova nell'albero t il dato d, altrimenti restituisce il puntatore al primo nodo che lo contiene, effettuando la visita di t in preordine sinistro

```
tree trova ( tree t, Tipo d) {
  tree temp,temp2;
  if ( t == NULL)
    return NULL
  if ( t->dato == d ) /* Se Tipo ammette l'operatore == */
    return t;
  temp = trova( t->left, d );
  temp2 = trova( t->right, d );
  if(temp2!=NULL)
    retutn temp2;
  else
    return temp;
}
```

Numero di nodi foglia

```
int leaves ( Tree t ) {
  if ( t == NULL )
      return 0;
  if ( t->left == NULL && t->right == NULL);
      return 1;
  return leaves( t->right ) + leaves(t->left);
}
```

Numero di nodi foglia

```
int leaves ( Tree t ) {
  if ( t->left == NULL && t->right == NULL);
      return 1;
  return leaves( t->right ) + leaves(t->left);
}
```

NOOOOOOOOOOOOO,
È indispensabile tenere

```
if ( t == NULL )
      return 0;
```

Darebbe errore nei nodi con un solo figlio, tipo
t->left NULL e
t->right != NULL
Perché la condizione è falsa e quindi si passa a valutare t->left e qui (bisognerebbe controllare se == NULL come prima cosa), da errore quando prova ad accedere a t->right o t->left

Numero di nodi non-foglia

```
int branches ( Tree t ) {
  if ( t == NULL ||
       ( t->left == NULL && t->right == NULL) )
    return 0;
  return 1 + branches( t->right ) + branches(t->left);
}
```

oppure…

```
int branches2 ( Tree t ) {
  return contaNodi( t ) – leaves( t );
}
```

Si noti che la seconda versione scandisce due volte l'intero albero, impiegando circa il doppio del tempo

Numero di nodi su livelli dispari

```
int oddCount ( tree t, int level ) {
  int n;
  if ( t == NULL )
    return 0;
  n = oddCount( t->left, level+1 ) + oddCount( t->right, level+1 );
  if ( level%2 == 1 )  /*   == 0 → per la funzione evenCount */
    n++;
  return n;
}
```

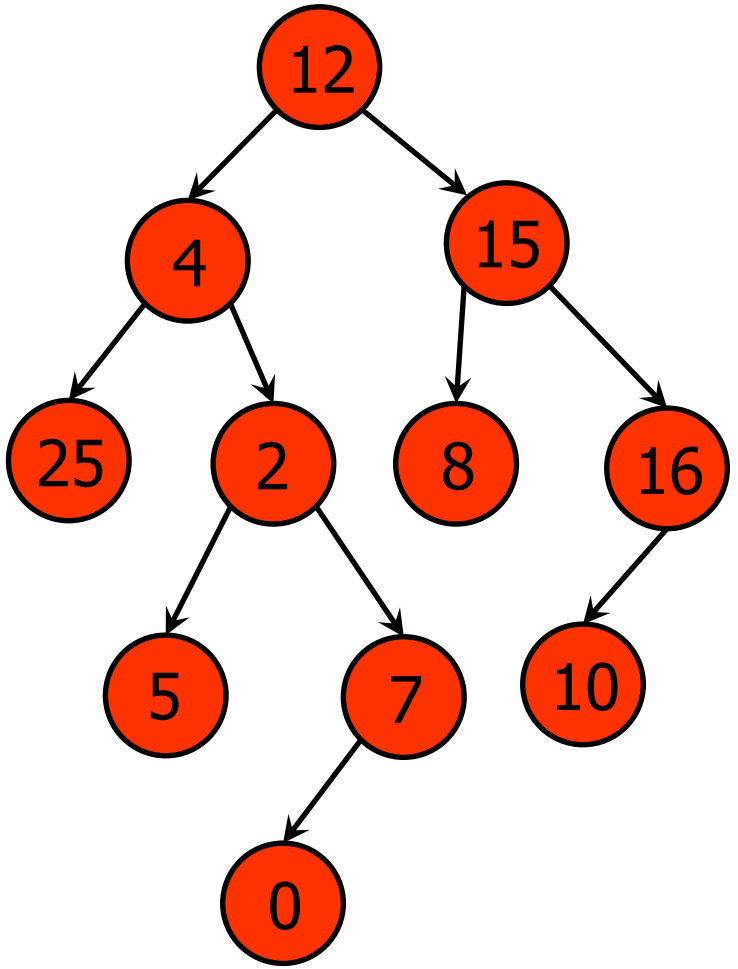
Questa formulazione richiede che la prima chiamata abbia la forma:

```
tree t = costruisciAlbero( … );
int x = oddCount( t, 0 ); /* Considerando pari il livello della radice */
```

Per la funzione evenCount (nodi su livelli pari) si ragiona in modo perfettamente simmetrico, o si fa ancora contaNodi – oddCount

Numero di nodi su livelli dispari

```
int oddCount ( tree t, int level ) {
  int n;
  if ( t == NULL )
    return 0;
  n = oddCount( t->left, level+1 ) +
        oddCount( t->right, level+1 );
  if ( level%2 == 1 )
         n++;
  return n;
}
```

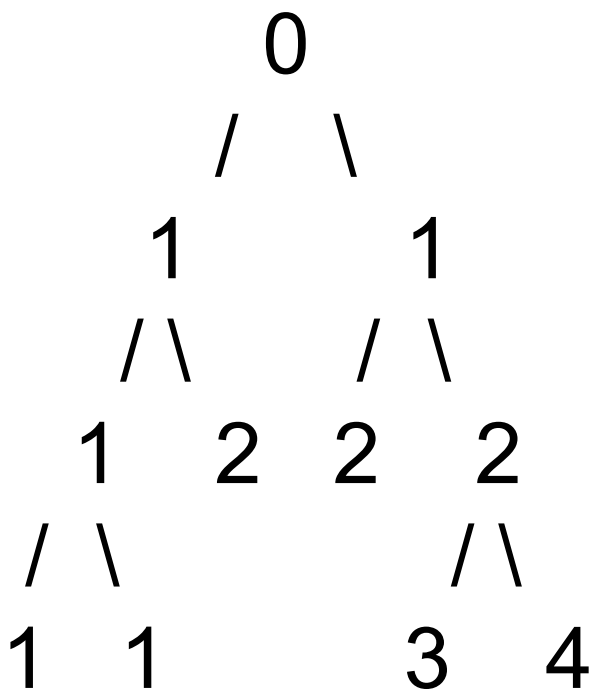


Stampa Albero

```
void print(Tree t){
        if(t==NULL)
            return;
        else{printf(" (");
             print(t->left);
             printf(" %d ",t->val);
             print(t->right);
             printf(") ");
            }
}
void stampa(Tree T){
      print(T);
      printf("\n");}
```

Stampa Albero

Esempio di albero



che sarà stampato dal programma così:

((((1) 1 (1)) 1 (2)) 0 ((2) 1 ((3) 2 (4))))

Popola Albero

Scrivere una funzione che dato un albero di ricerca (i.e. ordinato) inserisca un nuovo elemento mantenendo l'albero ordinato.

```
Tree insert(Tree t, int x){
    Tree tmp;

    if(t==NULL){
        tmp=(Tree)malloc(sizeof(Nodo));
        tmp->v=x;
        tmp->left=NULL;
        tmp->right=NULL;
        return tmp;
    }
    if(x < t->v){
        t->left=insert(t->left,x);
    }else if(x > t->v){
        t->right=insert(t->right,x);
    }
    return t;}
```

```
int main(){
    Tree t=NULL;

    t=insert(t,12);
    t=insert(t,1);
    t=insert(t,12);
    t=insert(t,20);
    t=insert(t,21);
    t=insert(t,15);

    printf("somma: %d, max val: %d\n",
somma(t), cercaMax(t));

    return 0;
}
```

Numero di nodi su livelli pari

Consideriamo che il livello della radice sia pari.

Possiamo scrivere una versione di evenCount che non necessita di propagare il concetto di livello "in avanti" nelle chiamate ricorsive.

```
int evenCount ( tree t ) {
  int n = 1; /* Il nodo corrente è sempre su livello pari, per ipotesi induttiva*/
  if ( t == NULL )
    return 0;
  if ( t->left != NULL )
    n += evenCount( t->left->left ) + evenCount( t->left->right );
  if ( t->right != NULL )
    n += evenCount( t->right->left ) + evenCount( t->right->right );
  return n;
}
```

La prima chiamata sarà allora:

```
tree t = costruisciAlbero( ?filename? );
int x = evenCount( t );
```

Cancellare un albero

```
void cancella(tree *t) {
  if (*t!=NULL) {
      if ((*t)->left  != NULL)
        cancella(&((*t)->left));
      if ((*t)->right != NULL)
        cancella(&((*t)->right));
      free (*t);
      *t=NULL;
  }
}
```

Componibilità delle strutture dati

- Alberi di code
- Liste di liste
- Alberi di liste di code
- …
- Il “dato” contenuto nei nodi della struttura contenente è, in questi casi, una istanza di struttura dinamica del tipo che vogliamo sia il “contenuto”
  - del resto abbiamo sempre detto che il Tipo del contenuto dei nodi è assolutamente “libero”

Albero n-ario

- È una generalizzazione dell'albero binario
  - ogni nodo ha un numero arbitrario di figli
- Può anche essere pensato come un grafo
  - Connesso
    - Cioè esiste un cammino di archi tra qualunque nodo e qualunque altro nodo nel grafo
  - Aciclico
  - Tale per cui
    - Ogni nodo (tranne uno, detto radice) ha un solo arco entrante
- Si usa ad esempio per rappresentare tassonomie e organizzazioni gerarchiche

Grafo

- Un grafo è un insieme di vertici (o nodi) collegati da lati (o archi)
- Può essere rappresentato, ad esempio, come la coppia dei due insiemi seguenti:
  - un insieme di vertici
  - un insieme di coppie di vertici (gli archi)